

General Methods of Single Premium Life Insurance Calculation

ZHANG Hongliang

Finance college, Guizhou finance university, Guiyang, China, 550000

Abstract: This paper introduces a kind of basic computing tools which is based on excel and life table. This method would be used for the calculation of life insurance products of the single premium. The advantage of the method that the process is simple and practical, and only depended on the excel and a few function, without programming.

Keywords: life insurance; single premium; calculation methods

I. 引言

保险产品的成本是以营业保费的形式体现，营业保费由纯保费和附加费用组成，纯保费是指保费中用于在保险责任期间履行保险责任的部分；附加费用则是保险人向被保险人提供保险服务时发生的一些费用及为保险人提供一定的利润。在保险产品的保费中，附加费用一般是根据以往的财务数据，以及对今后各项费用及利润预期，在纯保险的基础上进行加成得到。由此可以知道，纯保费是整个保费的基础，而纯保费的计算是一件相当复杂的工作。

我们知道，寿险纯保费的计算是以被保险人的寿命分布为基础的一种概率计算，理论上要计算出寿险产品纯保费必须知道被保险人的寿命分布概率。由于社会经济的发展变化，被保险人群的变化，都会影响理论的寿命分布概率，到目前为止，还没有找到较准确的、理论的寿命分布概率，在实际寿险产品的开发中，一般是用生命表作为寿命分布概率，以离散型概率分布代替连续型概率分布。这种方法基本满足了保险产品的开发需求，但是其计算复杂，计算工作量大，以往一般是采用编程的方法进行计算，这种计算需要保险产品开发人员具有相当的编程能力，限制了该方法的应用人群。为此本人研究了一种以 excel 为计算工具的寿险纯保费计算方法，该方法不需要编程，简单实用，学习和掌握都非常容易，本文就介绍这种计算方法。

II. 寿险纯保费基本计算原理

寿险是以被保险人死亡为保险给付条件的寿险产品，其趸缴纯保费的计算以被保险人群生命表作为被保险人生命分布情况，以投保年龄 x 、保险金额 π 、保险期限 n 、保险延期生效年数 m 为参数。因此， x 岁的被保险人投保延期 m 年，保险期 n 年保额为 π 的死亡年末给付的寿险产品的纯保费可表示如下：

$${}_{m|n}A_x^1 = \pi \sum_{k=0}^{n-1} v^{m+k+1} {}_k|q_x = \pi \sum_{k=0}^{n-1} v^{m+k+1} \frac{d_{x+m+k}}{l_x} = \frac{\pi}{l_x} \sum_{k=0}^{n-1} v^{m+k+1} d_{x+m+k} \quad (1)$$

其中： l_x ——生命表中 x 岁的人年初的生存人数；

d_{x+m+k} ——生命表中 $x+m+k$ 岁的人在一年内的死亡人数；

$$v = \frac{1}{1+i}$$

v ——利率为 i 时的折现因子，

在一年内死亡概率均匀分布的假设下，死亡即付的寿险纯保费可表示如下：

$${}_{m|n}\bar{A}_x = \frac{i}{\delta} {}_{m|n}A_x^1 = \frac{i}{\delta} \sum_{k=0}^{n-1} v^{m+k+1} {}_k|q_{x+m} = \frac{i}{\delta} \frac{\pi}{l_x} \sum_{k=0}^{n-1} v^{m+k+1} d_{x+m+k} \quad (2)$$

其中， δ ——利息力， $\delta = \ln(1+i)$

$$\text{令： } {}_mV_n = \{v^{m+1}, v^{m+2}, \dots, v^{m+n-1}\},$$

$${}_m D_{x:\overline{n}|} = \{d_{x+m}, d_{x+m+1}, \dots, d_{x+m+n-1}\}$$

则：公式（2）可以表示为：

$$\begin{aligned} {}_{m|n} \overline{A}_x &= \frac{i}{\delta} {}_m |n A_x^1 = \pi \sum_{k=0}^{n-1} v^{m+k+1} {}_k | q_{x+m} = \frac{i}{\delta} \frac{\pi}{l_x} \sum_{k=0}^{n-1} l_{x+m+k+1} d_{x+m+k} \\ &= \frac{i}{\delta} \frac{\pi}{l_x} {}_m V_n \times {}_m D_{x:\overline{n}|}^T \end{aligned} \quad (3)$$

其中： ${}_m D_{x:\overline{n}|}^T$ ——向量 ${}_m D_{x:\overline{n}|}$ 为转置向量。

也就是说可以将寿险的趸缴纯保费可以看作是两个向量 ${}_m V_n$ 和 ${}_m D_{x:\overline{n}|}$ 的乘积。

若是根据该公式进行计算，计算量是非常的大。对于 x 岁的投保人，如果保险期为 n，则需要计算 n 个折现因子的方幂 v^k ($k=m, m+1, \dots, m+n-1$)，还需要至少 n 次加减乘除运算，如果要对不同的预定利率 i，不同生命表对趸缴纯保费的影响，则计算量更是难以计算，所以手工计算是难以完成这样的任务，一般仅能通过编制程序才能完成这样的计算任务，有关用编程方法计算趸缴纯保费的方法在有关的文献中已有介绍，但是对于保险专业的学生、或一般的精算专业人士来说，要掌握编程方法是一件难度非常大的事。下面就介绍本从根据公式（3）研究的以 excel 为计算工具的寿险趸缴纯保费的计算方法。

III. 趸缴纯保费通用计算方法

A. 计算过程

根据计算公式（1）、（2）、（3），在计算时，可以将生命表中每年年初的生存人数看作一个向量 $L = \{l_0, l_1, l_2, \dots, l_{\omega-2}, l_{\omega-1}\}$ ，每年的死亡人数看作是一个向量 $D = \{d_0, d_1, d_2, \dots, d_{\omega-2}, d_{\omega-1}\}$ ，折现因子 v 的方幂也看作是一个向量 $V = \{v^0, v^1, v^2, \dots, v^{\omega-2}, v^{\omega-1}\}$ ，其中， ω 为生命表中极限年龄。那么计算过程可表达为以下几个步骤：

1、根据被保险人的投保年龄 x，保险延期生效年限 m，和保险年限 n，从生存人数向量

$$L = \{l_0, l_1, l_2, \dots, l_{\omega-2}, l_{\omega-1}\}$$

中得到 l_{x+m} ，从死亡人数向量

$$D = \{d_0, d_1, d_2, \dots, d_{\omega-2}, d_{\omega-1}\}$$

中得到其子向量

$${}_m D_{x:\overline{n}|} = \{d_{x+m}, d_{x+m+1}, \dots, d_{x+m+n-1}\}$$

，从折现因子向量 $V = \{v^0, v^1, v^2, \dots, v^{\omega-2}, v^{\omega-1}\}$

中得到其子向量

$${}_m V_n = \{v^{m+1}, v^{m+2}, \dots, v^{m+n-1}\};$$

2、根据第 1 步得到的子向量 ${}_m V_n$ 和 ${}_m D_{x:\overline{n}|}$ ，

$$\text{计算向量乘积 } {}_m V_n \times {}_m D_{x:\overline{n}|}^T;$$

3、根据第 2 步的计算结果，以及被保险人的投保年龄 x，保险年限 n 等，依据公式（3）

$$\text{计算趸缴纯保费 } {}_{m|n} \overline{A}_x。$$

B. 计算中使用的重要 excel 函数

要实现计算过程的第 1 步，可以用 excel 的函数 OFFSET() 来实现，而实现第 2 步的计算则可以用 excel 的函数 SUMPRODUCT()。因此，下面先介绍这两个函数的基本格式及基本功能。

1)、OFFSET () 函数

基本格式：OFFSET (基地址 XY, 行偏移量 I, 列偏移量 J, 子向量的行数 N, 子向量的列数 M)

基本功能：在工作表中，根据给定的基地址、行偏移量和列偏移量，得到指定行数和列数的子向量（或矩阵）在工作表中的地址（单元格区域引用）“X1Y1: X2Y2”。

其中：X1=X+I, Y1=Y+J, X2= X+I+N-1, Y2=Y+J+M-1。

例如：在图一所示的生命表中，函数 OFFSET (D3, 5, 0, 6, 1) 的含义是根据 0 岁（新生儿）人群 1 年内的死亡人数 d_0 在工作表的地址

D3, 偏移 5 行, 0 列, 得到子向量

$\{d_5, d_6, d_7, d_8, d_9, d_{10}\}$ (6 行 1 列) 在工作表中的地址, 即: “D8: D13”。

	A	B	C	D	E	F	G
1	国民生命表 (混合表)					折现因子v的方幂	
2	x	q_x	l_x	d_x		k	v^k
3	0	0.002909	1000000	2909		0	1.000000
4	1	0.002016	997091	2010		1	0.946970
5	2	0.001470	995081	1463		2	0.896752
6	3	0.001114	993618	1107		3	0.849197
7	4	0.000872	992511	865		4	0.804163
8	5	0.000702	991646	696		5	0.761518
9	6	0.000579	990950	574		6	0.721135
10	7	0.000489	990376	484		7	0.682893
11	8	0.000421	989892	417		8	0.646679
12	9	0.000374	989475	370		9	0.612385
13	10	0.000346	989105	342		10	0.579910
14	11	0.000339	988763	335		11	0.549157
15	12	0.000356	988427	352		12	0.520035
16	13	0.000396	988075	391		13	0.492458
17	14	0.000457	987684	451		14	0.466343
18	15	0.000529	987233	522		15	0.441612
19	16	0.000602	986711	594		16	0.418194
20	17	0.000670	986117	661		17	0.396017
21	18	0.000724	985456	713		18	0.375016

图 1 国民生命表

在图一的数据布局下, 如果要得到 l_{x+m} 的

坐标以及子向量 mV_n 和 ${}^mD_{x:\overline{n}|}$ 的坐标, 可用该函数的如下表达方式:

l_x 的坐标: OFFSET (C3, x, 0, 1, 1), 函数中, 最后的两个 1, 表示只要一行一列向量 (即一个数据) 的坐标。

${}^mD_{x:\overline{n}|}$ 的坐标: OFFSET (D3, x+m, 0, n, 1)。

mV_n 的坐标: OFFSET (G3, m+1, 0, n, 1)

2)、SUMPRODUCT () 函数

基本格式: SUMPRODUCT (向量 1 坐标, 向量 2 坐标)

基本功能: 计算向量 1 和向量 2 两个向量对应分量乘积之和, 即若向量 1 为 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 向量 2 为:

$Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$, 则 SUMPRODUCT () 函

数得到 $XY^T = \sum_{k=1}^n x_k \times y_k$ 的计算结果。

C. 计算的基本布局及计算公式

1)、数据布局

所谓通用计算方法, 就是给定生命表及相关计算参数, excel 能根据单元格中设定的计算公式, 自动计算出趸缴纯保费。要达到这样的效果, 则必须要有良好的数据布局及根据数据布局设计的计算公式。

为了确保这一点, 应将生命的数据按列存放, 同样折现因子的方幂也应按列依次存放, 如图一所示。在图一中, 每个年龄的年初生存人数 l_x , 每个年龄一年内的死亡人数 d_x 是已知数据, 而折现因子 v 的方幂是根据预定利率 i 计算得到。

同样, 最后的趸缴纯保费的计算公式, 也是根据各计算参数来设定, 所以, 在设计趸缴纯保费的计算公式时, 也应首先考虑各参数在工作表中位置, 在本文中, 各参数在工作表的布局如图二所示。

	I	J	K
1			
2		趸缴纯保费通用计算方法	
3			
4			
5			
6		项目	值
7		投保年龄 x	
8		投保金额 π	
9		生命表中的极限年龄 ω	
10		延期生效年数 m	
11		预定保险年限 n	
12		最长可保险年限 n	
13		预定利率 i	
14		利息力 δ	
15		折现因子 v	
16		趸缴纯保费	
17			
18			

图 2 趸缴纯保费通用计算参数布局

在图二中, 投保年龄 x, 投保金额 π , 生命表中的极限年龄 ω , 延期生效年数 m, 预定

保险年限 n ，预定利率 i 是作为已知条件。而最长可保险年限 N 是受制于生命表中的极限年龄 ω ，投保年龄 x ，延期生效年限 m 的限制，

$$\text{最长可保险年限 } N \leq \min(\omega - (x + m), n)。$$

例如，生命表中极限年龄 $\omega=106$ 岁，投保年龄 $x=80$ ，保险延期 0 年生效（即投保后立即生效），预定保险年限 $n=20$ 年，则最长可保险年限

$$N \leq \min(\omega - (x + m), n) = \min(106 - (80 + 0), 20) = 20$$

，如果其他不变，而保险延期 10 年生效，则最长可保险年限为：

$$N \leq \min(\omega - (x + m), n) = \min(106 - (80 + 10), 20) = 16$$

。利息力是根据公式 $\delta = \ln(1 + i)$ 计算得到，

折现因子是根据 $v = \frac{1}{1 + i}$ 计算得到。最后根据公式 (3) 计算得到趸缴纯保费。

2)、计算公式

(1) 利息力 δ 的计算公式 (K13 单元格中的计算公式)：

$$=LN(1+K12)$$

(2) 折现因子 v 的计算公式 (K14 单元格中的计算公式)：

$$=1/(1+K12)$$

(3) 折现方幂 v^k 的计算公式 (G3, G4, ……，单元格中的计算公式)，以 G3 单元格为例：

$$=\$K\$14^F3$$

其中，F3 是折现因子方幂所在的单元格，表示计算的是折现因子的多少次方，K14 为现折因子所在单元格，用绝对引用，是方便公式的复制，即只需要输入 G3 单元格中的这个计算公式，而 G4, G5, ……，等单元格的公式只需要复制该单元格的公式即可。

(4) 最长可保险年限 N 的计算公式 (K11 单元格中的计算公式)：

$$=IF(K10 < K8 - (K6 + K9), K10, K8 - (K6 + K9))$$

即选择 $\omega - (x + m)$ 和预定保险年限中的最小值作为最长可保险限。

(5) 趸缴纯保费的计算公式 (K16 单元格中的计算公式)：

$$=K7*(K12/K13)*SUMPRODUCT(OFFSET(G3, K9+1, 0, K11, 1), OFFSET(D3, K6+K9, 0, K11, 1))/OFFSET(C3, K6, 0, 1, 1)$$

其中，OFFSET(G3, K9+1, 0, K11, 1) 用于得到折现因子的子向量

${}_mV_n = \{v^{m+1}, v^{m+2}, \dots, v^{m+n-1}\}$ 的坐标 (即单元格区域引用)，它是以折现因子 v 的 0 次方所在单元格作为基地址，以保险延期生效年限加 1 作为行偏移量，得到子向量在工作表中的起始地址，以最长可保险年限作为要取的向量的个数。

OFFSET(D3, K6+K9, 0, K11, 1) 则是得到

$${}_mD_{x:\overline{n}|} = \{d_{x+m}, d_{x+m+1}, \dots, d_{x+m+n-1}\}$$

在工作表中坐标 (即单元格区域引用)，它是以新生儿 ($x=0$) 在一年内的死亡人数所在单元格为基地址，以投保年龄 x 与延期生效年数 m 之和作为行偏移量，得到子向量在工作表中的起始地址。

OFFSET(C3, K6, 0, 1, 1) 的作用是得到 l_x 在工作表中的地址 (单元格引用)。

K7、K12 和 K13 分别是保险金额 π ，预定利率 i ，利息力 δ 的单元格引用。

在计算时，excel 首先根据 OFFSET() 得到

$${}_mV_n = \{v^{m+1}, v^{m+2}, \dots, v^{m+n-1}\},$$

$${}_mD_{x:\overline{n}|} = \{d_{x+m}, d_{x+m+1}, \dots, d_{x+m+n-1}\}$$

和 l_{x+m} 的引用，然后计算

$${}_mV_n = \{v^{m+1}, v^{m+2}, \dots, v^{m+n-1}\}$$

$${}_mD_{x:\overline{n}|} = \{d_{x+m}, d_{x+m+1}, \dots, d_{x+m+n-1}\}$$

对应分量的乘积和，最后得到最终计算结果。

从上述计算公式中可以看出，所有参数均以单元格引用出现，excel 在实际计算时将根据单元格引用，取得对应单元格中的数据，然后进行计算，如果引用单元格中的数据发生了变化，则 excel 将自动重新计算。在实际应用中，只需要改变对应单元格中参数的值，不需

要重新计算公式，就可得到新的计算结果。也就是说，只要给定生命表，预定利率、投保年龄、投保年限、延期生效年数，保额等，就可计算出寿险的趸缴纯保费，这就实现了通用计算的目的。特别是，改变预定利率 i ，excel 将自动重新计算折现因子 v 的方幂，并得到改变预定利率后的趸缴纯保费。同样，也可用不同生命表中的数据来取代原工作表中的每个年龄的年初生存人数和每个年龄每年的死亡人数，从而得到不同人群的趸缴纯保费，从而达到对比计算的目的。

D. 计算实例及结束语

1)、计算实例

例：计算 30 岁的被保险人，欲投保 20 年期，延期 30 年生效，10 万保额的死亡即付寿险的趸缴纯保费，年预定利率为 5.6%。

	I	J	K
1			
2			
3		趸缴纯保费通用计算方法	
4			
5		项目	值
6		投保年龄 x	30
7		投保金额 π	100000
8		生命表中的极限年龄 ω	106
9		延期生效年数 m	30
10		预定保险年限 n	20
11		最长可保险年限 n	20
12		预定利率 i	5.60%
13		利息力 δ	0.054488
14		折现因子 v	0.946970
15			
16		趸缴纯保费	4582.59
17			
18			

图 3 计算实例

2)、结束语

本文所介绍的方法可以看出，只需要简单掌握 excel 的几个函数就可应用于趸缴纯保费的计算，根据同样的原理，也可用于生存年金的趸缴纯保费和期缴纯保费的计算，责任准备金的计算等，所以，该方法有广泛的应用前景。

该方法也经过多届教学实践检验，证明了该方法的正确性，同时，学生也便于掌握。

参考文献

- [1] 曾庆伍 陈迪红 黄大庆：《保险精算技术》，大连，东北财经大学出版社，2002。
- [2] 张宏亮：《寿险精算计算技术研究》，中国灾害防御协会风险分析专业委员会第四届年会论文集，2010。
- [3] 张运刚：《寿险精算理论与实验》，成都，西南财经大学出版社，2010。
- [4] 李秀芳：《寿险精算实务实验教程》，北京，中国财政经济出版社，2008。
- [1] Zengqingwu Chendihong Hangdaqing:《Actuarial Techniques of insurance》,Dalian, Public of Dongbei University of Finance & Economics ,2002.
- [2] Zhanghongliang:《Life Insurance Actuarial Computing Technology Research》,China Disasters Association Risk Analysis Professional Committee Conference On The Fourth,2010.
- [3]Zhangyungang:《Life insurance actuarial theory and experiment》,Chengdu, Press of Southwestern university of Finance,2010
- [4]Lixiufang:《Life Insurance Actuarial Practice Experiment Tutorial》,Beijing,China financial and economic publishing house, 2008

寿险趸缴纯保费通用计算方法

张宏亮

金融学院，贵州财经大学，贵阳，中国，550000

摘要：本文介绍了一种根据生命表，以 excel 为基本计算工具，计算寿险产品趸缴纯保的通用计算方法。该方法只用 excel 的少数几个函数，而不需要编制程序就可计算各种寿险产品的趸缴纯保费，具有简便易学、实用的优点。

关键字：寿险；趸缴纯保费；计算方法